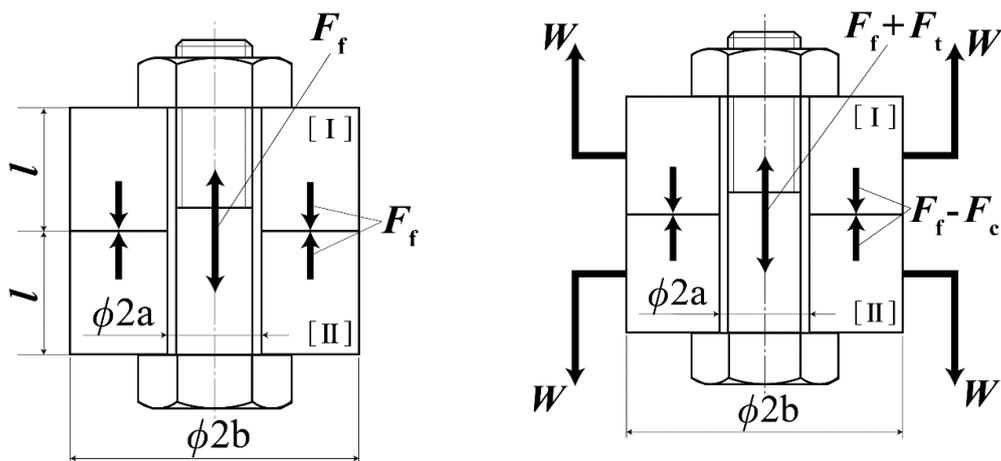


内力係数 Φ を用いた ボルト締結体の設計法 vol.1(2)

—中空円筒ボルト締結体の場合—



ハードロック工業株式会社

内力係数 ϕ を用いたボルト締結体の設計法 vol.1(2)

—中空円筒ボルト締結体の場合—

はじめに

インターネットの普及により、多種多様な情報の受発信が誰でも容易になった。産業分野に関しても技術者向けの情報サイトが多数設けられ、分かりやすい図と説明で業務を行うためのお役立て技術情報が提供されている。ボルト締結体についても同様であり、ねじ部品の呼称からボルト・ナットの締付け方法、緩みの問題についての解説等、基本事項の説明から専門的内容の解説まで幅広く扱われている。しかし、ボルト締結体の設計に関わる内力係数、または内外力比と呼ばれる問題については、ほとんどの技術者向けの情報サイトで、1930年代後半に Thum & Debus⁽⁶⁾が初めてこの問題について提示した研究成果がそのまま使用されている。すなわち大学等の研究者とその周辺では既に一般化した最近の研究成果が一般向けには反映されずに、研究者側からは必ずしも正しくないと認識され、さらに精度の良くない情報が提供され続けているといえる。

本稿の目的は、ボルト締結体を設計する上で重要な因子である内力係数 ϕ 、または内外力比と呼ばれる、外力がボルト締結体に作用した時のボルト・ナットと被締結部材の挙動について、その原理から最近の研究成果までを解説し、内力係数 ϕ の値について有限要素法(FEM解析)を用いて調べ、得られた結果からボルト締結体の安全性を向上させるための設計法と幾つかの設計例を提示することにある。FEM解析は、ボルト締結体の基本形状の一つである中空円筒ボルト締結体の内力係数 ϕ の値について調べ、その結果を内力係数測定実験の結果と比較し検証した。FEM解析結果と実験結果については vol.2 において、設計法については vol.3 においてそれぞれ詳細に扱う。

2021年11月19日

ハードロック工業株式会社 技術開発グループ

研究開発室

構成及び目次

－ 構成 －

- vol.1(1) : 内力係数 ϕ を求めるために必要なばね定数について、ボルトのばね定数 K_t 及び被締結部材の圧縮ばね定数 K_c を求める方法について述べた。さらに、従来広く用いられてきた Thum & Debus ⁽⁶⁾ の式を用いた内力係数 ϕ を求める方法について、締付け線図を用いて説明した。
- vol.1(2) : 吉本・沢ら⁽⁷⁾は、Thum & Debus ⁽⁶⁾ の内力係数 ϕ の値を求める式は外力の着地点が内力係数 ϕ の値に及ぼす影響を考慮していない点について、外力の着地点の影響を考慮し、被締結部材の引張りばね定数 K_{pt} を導入した内力係数 ϕ を求める式を提示した。この吉本・沢⁽⁷⁾の式について、締付け線図を用いて説明した。さらに、細中空円筒ボルト締結体の場合における内力係数 ϕ の値を Thum & Debus ⁽⁶⁾ の式と吉本・沢⁽⁷⁾の式をそれぞれ用いて求め、その値を比較した。
- Vol.2 : 中空円筒ボルト締結体に作用する軸方向引張り外力 W の着地点、中空円筒の内径($2a$)に対する外径($2b$)の比(b/a の値)が内力係数 ϕ に及ぼす影響、及び中空円筒ボルト締結体の接合面が分離を開始する時の外力 W について FEM 解析を用いて調べた結果を示す。さらに FEM 解析結果の検証のため、内力係数 ϕ と接合面分離開始時の外力 W を測定するための実験を行った。FEM 解析結果と実験結果との比較の結果を示す。
- Vol.3 : 上記において得られた内力係数 ϕ の値を用い、論理的な中空円筒ボルト締結体の設計方法を提示し、いくつかの設計例を用い説明する。

－ 目次 － vol.1(2)

1.5. 吉本・沢の式による内力係数 ϕ を求める方法について	p.3
1.5.1. 被締結部材の引張りばね定数 K_{pt} を用いた場合の内力係数 ϕ	p.3
1.5.2. 外力の作用位置が内力係数 ϕ に及ぼす影響について	p.7
1.5.3. 吉本・沢の式と Thum& Debus の式による内力係数 ϕ の値の比較	p.9
まとめ	p.11
引用文献	p.11

1.5. 吉本・沢の式による内力係数 ϕ を求める方法について

1.5.1. 被締結部材の引張りばね定数 K_{pt} を用いた場合の内力係数 ϕ

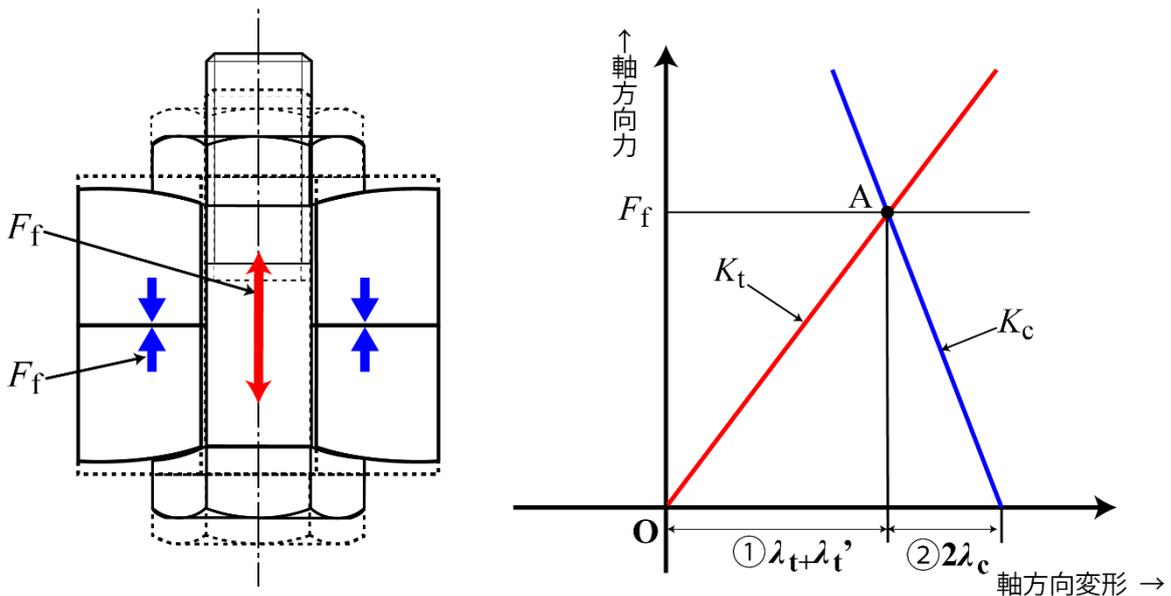
Thum & Debus⁽⁶⁾の式による内力係数 ϕ の値については、1960年代にソ連のクルヤチキン⁽⁸⁾が実験による測定値と大きな差異が生じていることを示し、またユンカーはThum & Debus⁽⁶⁾の式には修正係数 n をかけることを提案したが、その科学的根拠は十分に示されなかった⁽⁹⁾。吉本・沢⁽⁷⁾は、外力の作用位置を考慮した新たな被締結部材の引張りばね定数 K_{pt} を導入することにより、より正確に内力係数 ϕ の値を求める方法を提案した。

吉本・沢⁽⁷⁾の式がThum & Debus⁽⁶⁾の式と異なる点として以下の3点が挙げられる。

- I. 軸方向外力 W の作用位置によるボルトの軸力増加量 F_t が被締結部材に及ぼす影響を考慮している。
- II. 軸方向外力 W の作用位置による被締結部材の伸びを考慮し、被締結部材の引張りばね定数 K_{pt} を導入している。
- III. 外力の作用位置が内力係数 ϕ の値に及ぼす影響を考慮している。

以下、吉本・沢⁽⁷⁾の式の特に上記の第I. II.項について締付け線図⁽¹⁰⁾を用いて説明する。

Fig.14(a)は、初期ボルト軸力 F_f により締結された中空円筒ボルト締結体を示す。実線は力の作用による変形後の状態を、破線は変形前の状態を示す。Fig.14(b)は初期ボルト軸力 F_f によりボルトは① $\lambda_t + \lambda_t'$ だけ伸び、2枚の中空円筒は② $2\lambda_c$ だけ縮み、交点Aにおいて力と座面の変位のつり合いがとれている状態を示す。縦軸は軸方向力を、横軸は軸方向の変形量を示している。ボルトの軸方向力と軸方向の変形を表す直線の傾きは、ボルトのばね定数 K_t であり(以下、直線 K_t とする)、同様に被締結部材の軸方向力と変形を表す直線の傾きは、被締結部材の中空円筒の圧縮ばね定数 K_c である(以下、直線 K_c)。



(a) 初期ボルト軸力 F_f による
ボルト締結体の変形

(b) 軸方向力と変形の関係

Fig.14 初期ボルト軸力 F_f によりつり合いがとれている状態

Fig.15(a)は、軸方向外力 W の作用によりボルト軸力は F_t 増加し、ボルトは $\lambda_b + \lambda_b'$ だけ伸びた状態を、Fig.15(b)は同様に軸方向外力 W の作用によるボルト軸力の増加により締付け力 F_f が F_t 増加したため、中空円筒が圧縮され $2\lambda_c'$ 圧縮された状態をそれぞれ示す。実線はボルト軸力増加量 F_t の作用による変形後の状態を、破線は変形前の状態を示す。

Fig.15(c)は Fig.15(a)と(b)に示したボルトと中空円筒の軸方向力と変位の関係を締付け線図に示す。縦軸は軸方向力を、横軸は軸方向の変形量を示す。

- イ) 第二象限に被締結部材の中空円筒の引張りばね定数 K_{pt} を傾きとする軸方向外力 W を線分 OB で表す。
- ロ) 点 B から横軸に垂直に下した直線と横軸との交点を C とし、点 C から直線 K_t と平行な直線と直線 K_c との交点を D とする。
- ハ) 点 D から横軸と平行な線と直線 K_t との交点を E とする。
- ニ) 点 A を通る横軸と平行な線と点 D, E から横軸に垂直に下げた線との交点をそれぞれ D' および E' とする。
- ホ) 線分 EE' が軸方向外力 W によるボルト軸力増加量 F_t となり、線分 AE' が F_t によるボルトの伸び量 $\textcircled{3} \lambda_b + \lambda_b'$ となる。
- ヘ) ボルト軸力増加量 F_t により 2 枚の中空円筒の締付け力 F_f は F_t だけ増加するため、中空円筒はさらに圧縮される。その圧縮量は $\textcircled{4} 2\lambda_c'$ となる。

この段階では、ボルトの状態は点 A から点 E へ、中空円筒の状態は点 A から点 D へとそれぞれ移行するため、中空円筒ボルト締結体の座面のつり合いはとれていない。

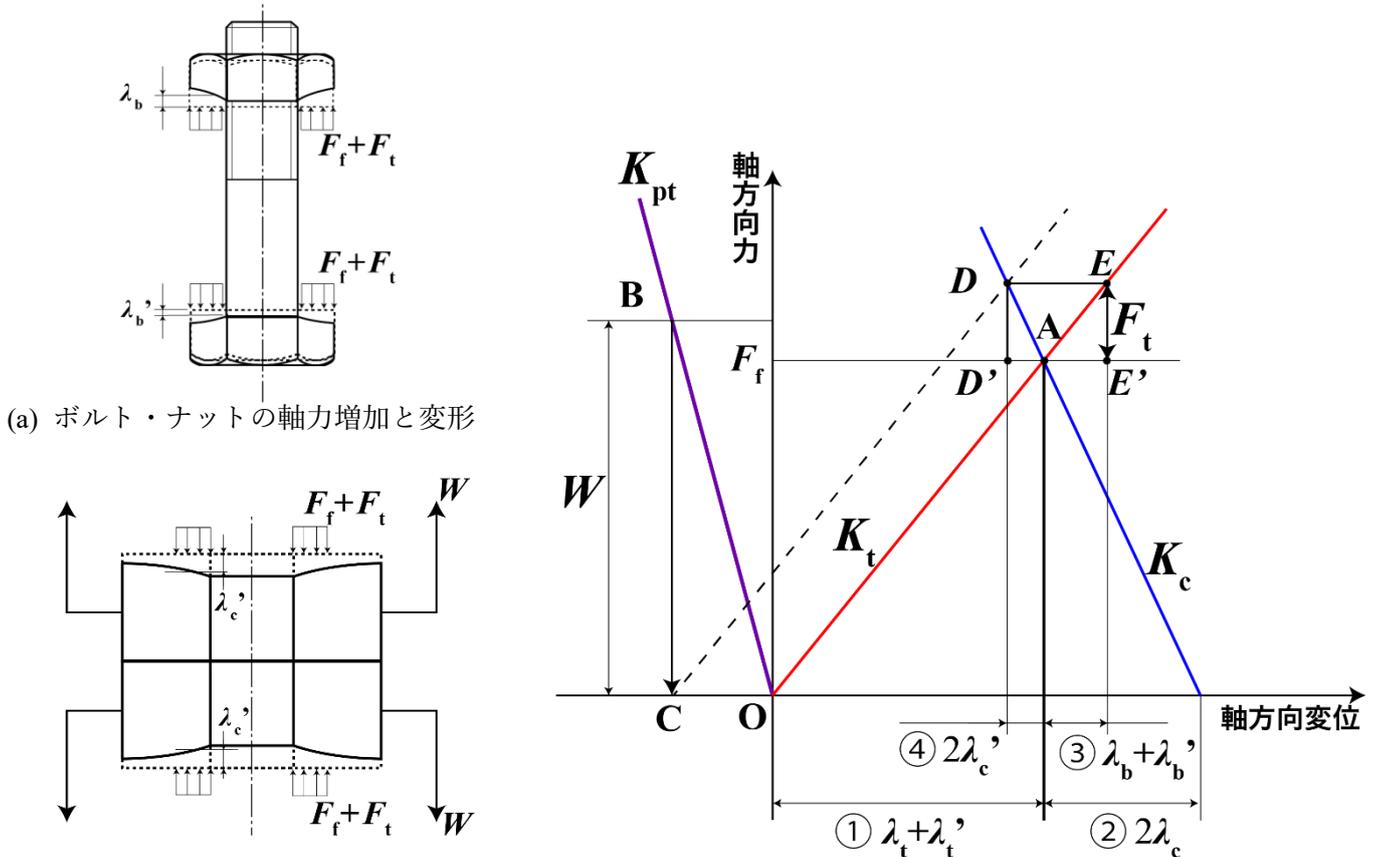


Fig.15 軸方向外力 W 作用時のボルト・ナット及び中空円筒それぞれの力の増加と変形の状態

Fig.16(a)は、軸方向外力 W の作用により被締結部材である 2 枚の中空円筒が $2\lambda_c''$ 伸びた状態を示す。実線は軸方向外力 W の作用による変形後の状態を、破線は変形前の状態を示す。Fig.16(b)は、Fig.16(a)に示した中空円筒ボルト締結体の力と変位の関係を締付け線図に示す。縦軸は軸方向力を、横軸は軸方向の変形量を示す。

- イ) 点 B と点 D を直線で結び、線分 OB(=外力 W) を線分 BD に沿って点 D まで移動させる。
- ロ) 移動した直線と点 E から横軸に垂直に下した線との交点を G とする。
- ハ) 線分 E'G が外力 W の作用により接合面から失われる力 F_t であり、線分 DE は被締結部材である 2 枚の中空円筒の伸び量⑤ $2\lambda_c''$ となる。すなわち、中空円筒は締付け力が F_t 増加することにより、より圧縮され点 A から点 D へと状態が変化するが、同時に軸方向外力 W の作用により伸びるため点 D から点 G まで圧縮変形が復元する。

点 E, E' 及び G は、① $\lambda_t + \lambda_t'$ と③ $\lambda_b + \lambda_b'$ を和した座標の一直線上にあるので中空円筒ボルト締結体の座面の変位はつり合っていることが分かる。

軸方向外力 W が作用した時のボルトの伸び量③ $\lambda_b + \lambda_b'$ は次式(1.5.1)となる。

$$\lambda_b + \lambda_b' = \frac{F_t}{K_t} \quad \dots \dots (1.5.1)$$

ボルト軸力増加量 F_t による被締結部材の圧縮量④ $2\lambda_c'$ は次式(1.5.2)となる。

$$2\lambda_c' = \frac{F_t}{K_c} \quad \dots \dots (1.5.2)$$

軸方向外力 W による被締結部材の伸び量⑤ $2\lambda_c''$ は次式(1.5.3)となる。

$$2\lambda_c'' = \frac{W}{K_{pt}} \quad \dots \dots (1.5.3)$$

軸方向外力 W が作用した時、ボルトの伸び量と被締結部材の伸び量は等しい条件から次式(1.5.4)が得られる。

$$\lambda_b + \lambda_b' = 2\lambda_c'' - 2\lambda_c' \quad \dots \dots (1.5.4)$$

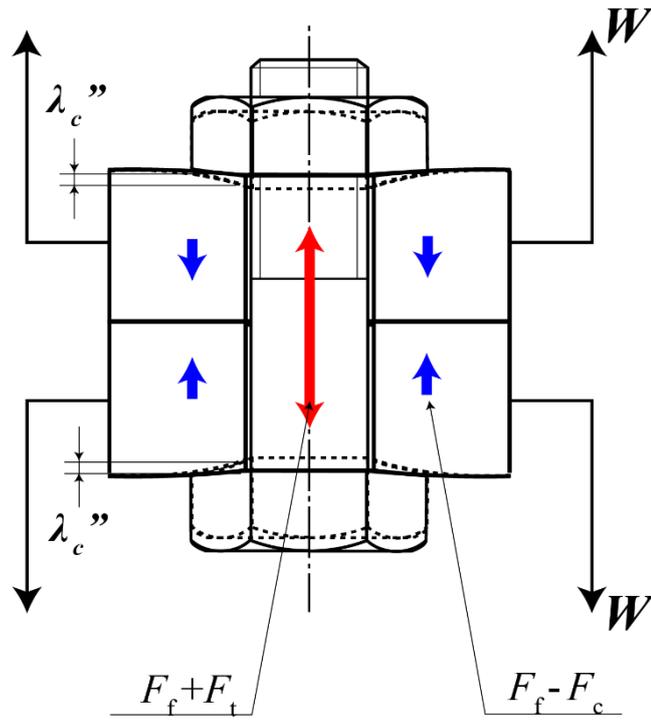
上式(1.5.4)をばね定数を用いて表すと、次式(1.5.5)となる。

$$\frac{F_t}{K_t} = \frac{W}{K_{pt}} - \frac{F_t}{K_c} \quad \dots \dots (1.5.5)$$

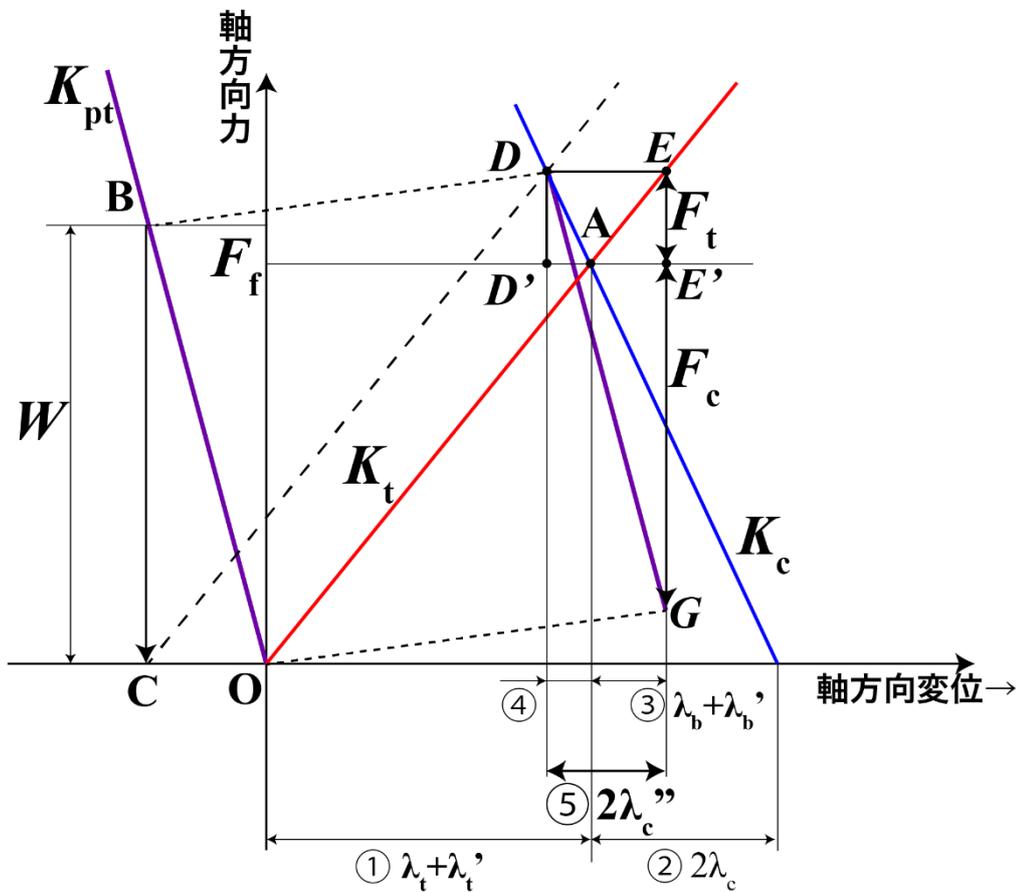
上式を変形すると次式(1.5.6)となる。

$$\Phi = \frac{F_t}{W} = \frac{K_t}{K_t + K_c} \cdot \frac{K_c}{K_{pt}} \quad \dots \dots (1.5.6)$$

式(1.5.6)における K_c/K_{pt} は、ユンカーが提唱する修正係数 n に相当する⁽¹¹⁾。



(a) 中空円筒の軸方向外力 W の作用と変形



(b) 中空円筒ボルト締結体の締付け線図

Fig.16 軸方向外力 W 作用時のボルト締結体の力の増加と変形の状態

1.5.2. 外力の作用位置が内力係数 Φ に及ぼす影響について

吉本・沢の式による内力係数 Φ を求める方法の上記、第Ⅲ項に述べた外力の作用位置が内力係数 Φ に及ぼす影響について、細中空円筒ボルト締結体を用いて示す。

Fig.17(a)は、外径がボルト頭とナット座面の直径と等しく、2枚の中空円筒を初期ボルト軸力 F_f で締結した後、軸方向外力 W が作用した状態を示す。上部・下部中空円筒の材料が異なる場合には、縦弾性係数はそれぞれ E_1 , E_2 、中空円筒の断面積を A_f 、中空円筒の高さを $l/2$ 、締付け長さを l 、外力 W の作用位置を中空円筒の接合面から $x/2$ の位置とする。

Fig.17(b)は、ボルト軸力増加量 F_t により被締結部材が圧縮された状態を示す。被締結部材の全圧縮量を λ' 、上部・下部中空円筒の圧縮量をそれぞれ λ_1' , λ_2' とすると、被締結部材の全圧縮量は次式(1.5.7)となる。

$$\lambda' = \lambda_1' + \lambda_2' = \frac{F_t l/2}{A_f} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \cdot \cdot \cdot \cdot (1.5.7)$$

被締結部材の圧縮ばね定数は次式(1.5.8)となる。

$$\frac{1}{K_c} = \frac{\lambda'}{F_t} = \frac{l/2}{A_f} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \cdot \cdot \cdot \cdot (1.5.8)$$

Fig.17(c)は、外力 W の作用により被締結部材が引張られた状態を示す。被締結部材の全伸び量を λ'' 、上部・下部中空円筒の伸び量をそれぞれ λ_1'' , λ_2'' とすると、被締結部材の全伸び量は次式(1.5.9)となる。

$$\lambda'' = \lambda_1'' + \lambda_2'' = \frac{W x/2}{A_f} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \cdot \cdot \cdot \cdot (1.5.9)$$

式(1.5.9)とフックの法則より、被締結部材の引張りばね定数 K_{pt} は次式(1.5.10)となる。

$$\frac{1}{K_{pt}} = \frac{\lambda''}{W} = \frac{(\lambda_1'' + \lambda_2'')}{W} = \frac{x/2}{A_f} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \cdot \cdot \cdot \cdot (1.5.10)$$

式(1.5.6)に式(1.5.8)と式(1.5.10)を代入すると、

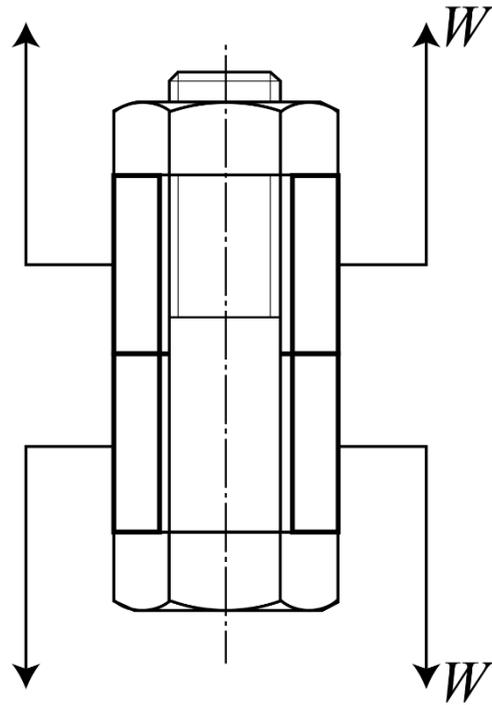
$$\Phi = \frac{F_t}{W} = \frac{K_t}{K_t + K_c} \cdot \frac{K_c}{K_{pt}} = \frac{K_t}{K_t + K_c} \cdot \frac{x}{l} \cdot \cdot \cdot \cdot (1.5.11)$$

なお、上部・下部中空円筒の材料が同じ場合は $E_1 = E_2 = E$ となるため、上式(1.5.8), (1.5.10)はそれぞれ次式(1.5.8')および(1.5.10')となる。

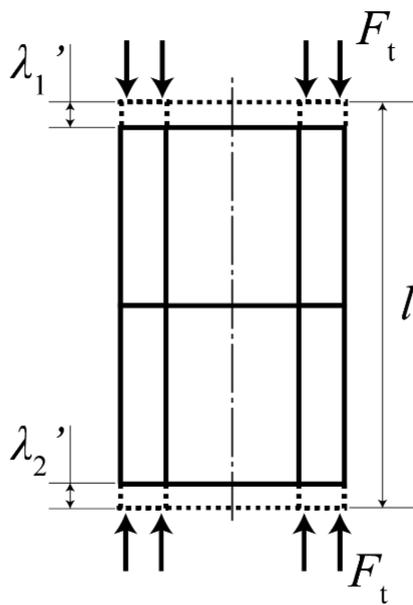
$$\frac{1}{K_c} = \frac{\lambda'}{F_t} = \frac{l/2}{A_f} \left(\frac{2}{E} \right) = \frac{l}{A_f \cdot E} \cdot \cdot \cdot \cdot (1.5.8')$$

$$\frac{1}{K_{pt}} = \frac{\lambda''}{W} = \frac{(\lambda_1'' + \lambda_2'')}{W} = \frac{x/2}{A_f} \left(\frac{2}{E} \right) = \frac{x}{A_f \cdot E} \cdot \cdot \cdot \cdot (1.5.10')$$

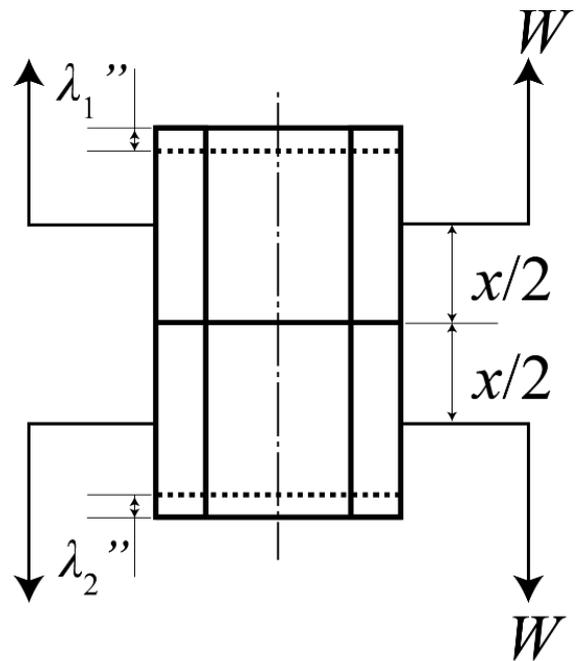
内力係数 Φ の値は、外力 W の作用位置により変化することが分かる。



(a) 外力 W が作用した細中空円筒締結体



(b) ボルト軸力増加量 F_t により圧縮された細中空円筒



(c) 外力 W の作用により引張られた細中空円筒

Fig.17 外径がボルト頭とナット座面の直径と等しい中空円筒を用いたボルト締結体

1.5.3. 吉本・沢⁽⁷⁾の式と Thum & Debus⁽⁶⁾の式による内力係数 Φ の値の比較

式(1.4.2)と式(1.5.6), 式(1.5.11)の比較から, Thum & Debus⁽⁶⁾の式から求めた内力係数 Φ の値は, 軸方向外力 W の作用によるボルトの軸力増加量 F_t が被締結部材に及ぼす影響, 同じく被締結部材の伸び, 及び外力の着点の影響を考慮していないことが分かる。さらに, 吉本・沢⁽⁷⁾の式から求めた内力係数 Φ の値よりも大きくなる事が分かる。

次に, Thum & Debus⁽⁶⁾の式による内力係数 Φ の値と吉本・沢⁽⁷⁾の式による内力係数 Φ の値にどの程度の差が生じるのかを, 2枚の中空円筒を締結したボルト締結体を用いて調べる。

Fig.18(a)は中空円筒の寸法を, (b)はボルトの寸法をそれぞれ示す。中空円筒の内径 $2a=14\text{mm}$, 外径 $2b=22.4\text{mm}$, 高さ $l/2=18\text{mm}$, 断面積を $A_f=240.1\text{mm}^2$ である。ボルトの呼び径は M12, 首下長さ $l_u=60\text{mm}$, 軸部長さ $l_g=30\text{mm}$, ねじ部長さ $l_b=30\text{mm}$, 軸部断面積 $A_g=113.1\text{mm}^2$, 有効断面積 $A_s=84.3\text{mm}^2$ である。グリップ長さ $l=36\text{mm}$ となることから, ボルトの遊びねじ部長さ $l_s=6\text{mm}$ となり, 軸方向外力 W の着点中空円筒の接合面から $x/2=9\text{mm}$ の位置に作用するものとする。2枚の中空円筒の材質は鋼とし, 縦弾性係数は 207GPa とする。

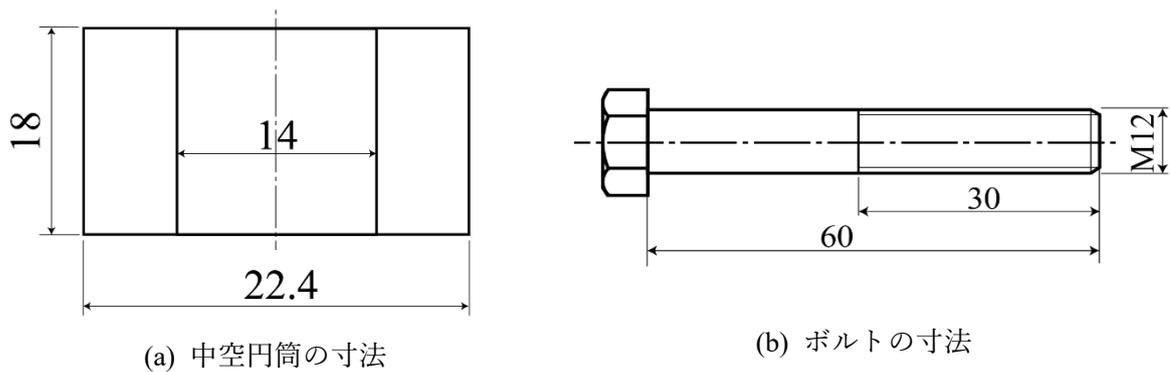


Fig.18 試験体それぞれの寸法

ボルトの引張りばね定数 K_t を式(1.3.8)から求めると,

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{K_t} &= \frac{1}{E_b} \left(\frac{0.6d}{A_N} + \frac{l_g}{A_g} + \frac{l_s}{A_s} + \frac{0.7d}{A_s} \right) \\
 &= \frac{1}{207 \times 10^3} \left(\frac{0.6 \times 12 + 30}{113.1} + \frac{6 + 0.7 \times 12}{84.3} \right) \\
 &= \frac{1}{207 \times 10^3} \left(\frac{0.6 \times 12 + 30}{113.1} + \frac{6 + 0.7 \times 12}{84.3} \right) \\
 &= 2.4142 \times 10^{-6} \text{ [mm/N]}
 \end{aligned}$$

と得られ, $K_t=414.2\text{ kN/mm}$ となる。

次に被締結部材の圧縮ばね定数 K_c を式(1.5.8)から求めると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_c} &= \frac{\lambda'}{F_t} = \frac{l/2}{A_f} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \\ &= \frac{18}{240.14} \left(\frac{2}{207 \times 10^3} \right) \\ &= 0.724215 \times 10^{-6} \text{ [mm/N]} \end{aligned}$$

と得られ、 $K_c=1380 \text{ kN/mm}$ となる。得られた K_t と K_c の値を用いて Thum & Debus⁽⁶⁾の式(1.4.2)に代入して内力係数 Φ を求めると、

$$\Phi = \frac{K_t}{K_t + K_c} = 0.231$$

次に吉本・沢⁽⁷⁾の式(1.5.11)から内力係数 Φ の値を求めると、

$$\Phi = \frac{K_t}{K_t + K_c} \cdot \frac{x}{l} = 0.115$$

となる。この結果から、外力 W の着力位置の間隔が小さくなるほど、Thum & Debus⁽⁶⁾の式による内力係数 Φ との値の差は大きくなるといえる。

Fig.19(a)は、上記の計算に用いた中空円筒ボルト締結体の FEM 解析モデルを示す。FEM 解析コードは ANSYS 2020 R1, 節点数と要素数はそれぞれ 269,677 と 267,517 である。解析は 4 節点 2 次元要素、軸対称要素を用いた。Fig.19(b)は、FEM 解析結果を示す。縦軸にボルト軸力 $F_f + F_t$ を、横軸に軸方向外力 W をとった。初期ボルト軸力 $F_f=22 \text{ kN}$, この値はボルト強度区分 10.9, 呼び径 M12 のボルトの降伏応力の約 30%に相当する。軸方向荷重は、上記の計算条件と同様の位置に最大 50 kN まで負荷した。本解析による内力係数 Φ の値は、 $\Phi=0.121$ となった。FEM 解析結果は、吉本・沢⁽⁷⁾の式による内力係数 Φ の計算結果とかなりよく一致している。

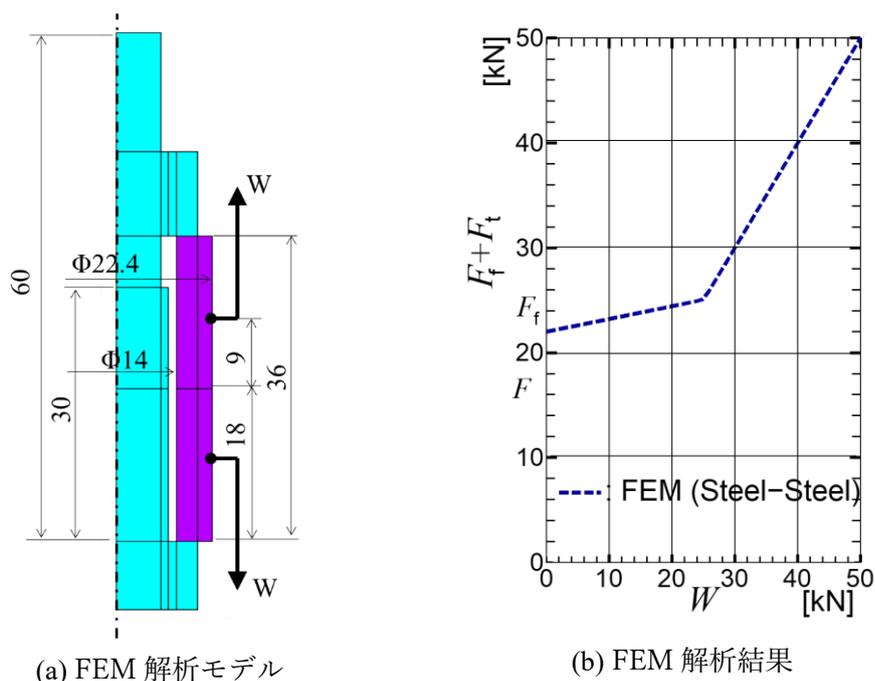


Fig.19 FEM 解析

まとめ

本稿において、ボルト締結体の内力係数 Φ の最近の研究成果である吉本・沢⁽⁷⁾の式について締付け線図を用いて説明した。軸方向外力の作用位置が内力係数 Φ の値に及ぼす影響を考慮した吉本・沢⁽⁷⁾の式から求めた内力係数 Φ の値と従来の Thum & Debus⁽⁶⁾の式を用いて求めた値とを、細中空円筒ボルト締結体を例に比較した。その結果、軸方向外力の作用位置の影響により内力係数 Φ の値は大きく異なること、Thum & Debus⁽⁶⁾の式を用いて求めた内力係数 Φ の値は実際の値よりも大きくなることを示した。このことは、Thum & Debus⁽⁶⁾の式を用いて内力係数 Φ の値を求めた場合は、ボルト軸力増加量 F_t を大きく見積もることになり、設計においてはボルトの安全率を高くとることになるが、必要以上に高い強度区分のボルトの使用や、大きい呼び径のボルトを使用する可能性が生じることを意味する。また、ボルト軸力増加量 F_t を大きく試算することは、被締結部材の接合面から失われる力 F_c を小さく試算することになる。このことは、ボルト締結体の機能維持に必要な接触応力の確保の問題及び接合面の滑りによる緩みの発生原因に影響を及ぼすと言える。Thum & Debus⁽⁶⁾の式では、外力の作用位置間の長さ x と締付け長さ l の比が $x/l=1$ となる。この場合は、ボルト頭部及びナット座面と接する中空円筒の端面に外力が作用することを意味する。中空円筒の端面に外力が作用するという事は、ボルト締結体の構造上発生し得ないことであるため、中空円筒ボルト締結体の設計においては、外力の作用位置が考慮されている吉本・沢⁽⁷⁾の式を用いることが妥当である。

引用文献

- (6) Thum, F. Debus : ねじ接手の疲, コロナ社(1943)
- (7) 吉本勇, 丸山一男, 沢俊行, 西口信幸 “ねじ締結体の内力係数(被締結体が中空円筒の場合)” 日本機械学会論文集(C編), 42巻359号, pp2174-2181 (1976.7)
- (8) Клячкин, Н.Л., Вестник Машиностроения, 47-12(1967), 21
- (9) ねじ研究協会: ねじ締結体の設計法, p.19
- (10) 文献 (9) に同じ, p.21
- (11) 沢俊行 “外力の着重点がねじ締結体の内力係数に及ぼす影響について” 山梨大学工学部研究報告 (28), p.1-9 (1977.12)