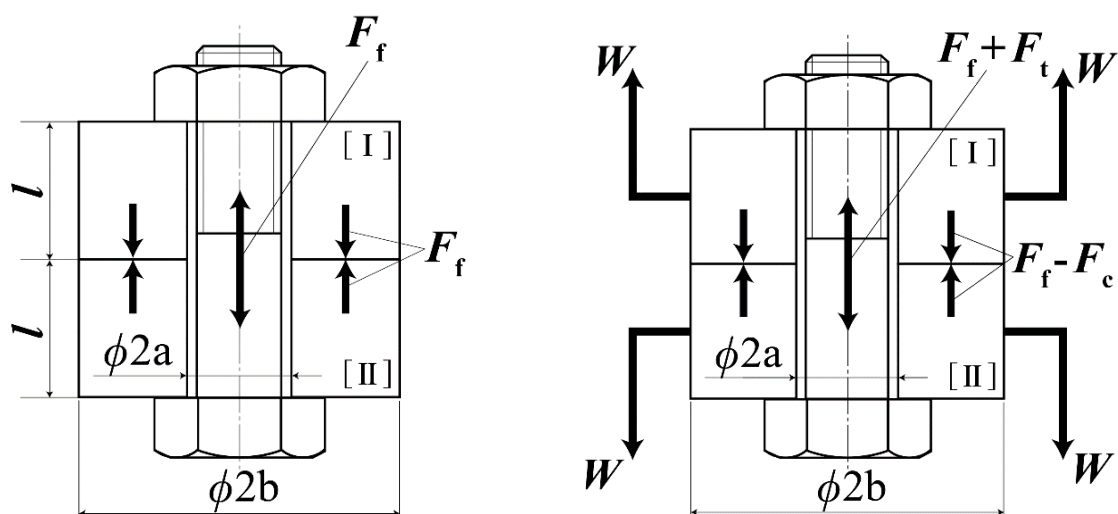


内力係数 Φ を用いた ボルト締結体の設計法 vol.1(1)

—中空円筒ボルト締結体の場合—



ハードロック工業株式会社

内力係数 ϕ を用いたボルト締結体の設計法

—中空円筒ボルト締結体の場合—

はじめに

本稿は、ボルト締結体を設計する上で重要な要素である内力係数 ϕ の値について、中空円筒を用いたボルト締結体の場合について述べる。

本稿の構成は、以下の通りである。

- vol.1(1)： 内力係数 ϕ を求めるために必要なばね定数について、ボルト・ナット系の引張りばね定数 K_t 及び被締結部材の圧縮ばね定数 K_c を求める方法について述べた。さらに、従来広く用いられてきた Thum & Debus の式を用いた内力係数 ϕ を求める方法について、締付け線図を用いて説明した。
- vol.1(2)： 吉本・沢ら⁽¹⁾は、Thum & Debus の内力係数 ϕ の値を求める式は外力の着力点が内力係数 ϕ の値に及ぼす影響を考慮していない点について、外力の着力点の影響を考慮し、被締結部材の引張りばね定数 K_{pt} を導入した内力係数 ϕ を求める式を提示した。この吉本・沢の式について、締付け線図を用いて説明した。さらに、細中空円筒ボルト締結体の場合における内力係数 ϕ の値を Thum & Debus の式と吉本・沢の式をそれぞれ用いて求め、その値を比較した。
- vol.2： 中空円筒ボルト締結体に作用する軸方向引張り外力 W の着力点、中空円筒の内径($2a$) に対する外径($2b$) の比が内力係数 ϕ に及ぼす影響、及び中空円筒ボルト締結体の接合面が分離を開始する時の外力 W について FEM 解析を用いて調べた結果を示す。さらに FEM 解析結果の検証のため、内力係数 ϕ と接合面分離開始時の外力 W を測定するための実験を行った。FEM 解析結果と実験結果との比較の結果を示す。
- vol.3： 上記において得られた内力係数 ϕ の値を用い、論理的な中空円筒ボルト締結体の設計方法を提示し、いくつかの設計例を用い説明した。

— 目次 — vol.1(1)

1. 内力係数について
 - 1.1 内力係数
 - 1.2 設計のポイント
 - 1.3 ばね定数について
 - 1.3.1 ボルト・ナット系の引張りばね定数 K_t
 - 1.3.2 被締結部材の圧縮ばね定数 K_c
 - 1.4 従来の内力係数 ϕ を求める方法について Thum & Debus の式

1. 内力係数について

1.1. 内力係数

Fig.1(a) は内径 $2a$ 、外径 $2b$ 、高さ l の 2 枚の中空円筒を 1 本のボルト・ナットにより初期ボルト軸力 F_f で締結した状態を、Fig.1(b) は初期ボルト軸力 F_f で締結された中空円筒ボルト締結体に軸方向外力 W が作用した状態をそれぞれ示す。軸方向外力 W が中空円筒ボルト締結体に作用すると初期ボルト軸力 F_f はボルト軸力が F_t だけ増加し、中空円筒の接合面からは締付け力が F_c だけ失われる。軸方向外力 W 、ボルト軸力増加量 F_t 及び接合面から失われる締付け力 F_c の間の関係は、次式(1.1.1)で表される。

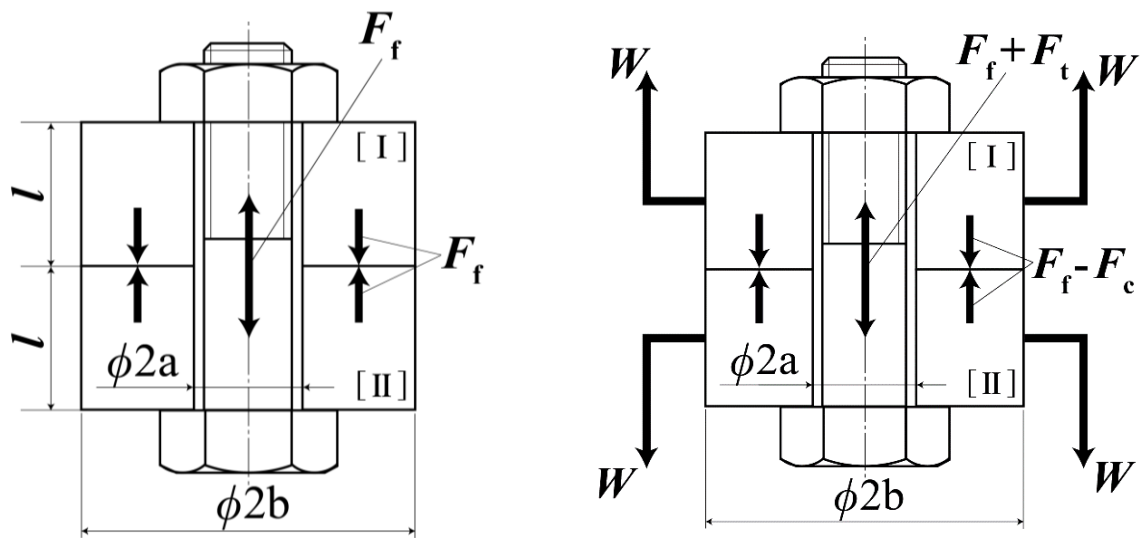
$$W = F_t + F_c \quad \cdot \cdot \cdot \cdot (1.1.1)$$

この軸方向外力 W に対するボルト軸力増加量 F_t の比が内力係数 $\Phi (= F_t / W)$ と定義される。

ボルト締結体の破損、破壊及びゆるみによる事故や故障が絶えない要因の一つとして、経験則に基づいたボルト締結体の不適切な設計が挙げられる。ボルト締結体の安全性を向上させる為には、ボルト締結体を理論的な設計法に基づいて設計する必要がある、そこにおいてはボルト呼び径 d 、ボルト強度区分及び初期ボルト軸力 F_f をどのように決定するかが重要になる。

Fig.2(a) は内力係数の値を求めるための実験に用いた中空円筒の寸法を、Fig.2(b) は試験ボルトの寸法をそれぞれ示す。中空円筒の内径 $2a$ は 14mm、外径 $2b$ は 28mm、高さ l は 18mm、試験ボルトの呼び径 d は M12、首下長さ l は 60mm、ねじ部長さ l_b は 30mm である。Fig.3 は、FEM 解析に用いた解析モデルの寸法を示す。FEM 解析コードは ANSYS 2020 R1、節点数と要素数はそれぞれ 435,241 と 432,281 である。解析モデルには 4 節点 2 次元要素、軸対称要素を用い、モデルの簡易化のためねじ部は省略した。Fig.4 は、実験結果と FEM 解析結果の比較を示す。縦軸はボルト軸力を、横軸は軸方向外力をとる。黒実線は実験結果を、青破線は FEM 解析結果をそれぞれ示す。中空円筒ボルト締結体を初期軸力 $F_f=23\text{kN}$ で締結し、軸方向荷重を 50kN まで負荷した。軸方向荷重を負荷し始めると、ボルト軸力は線形に増加する。その後、ボルトの軸力は非線形に増加するが、再び増加量は線形となる。この 2 度目のボルト軸力の線形増加は 45°の直線を取り、これはボルト軸力増加量と外力が等しくなり、被締結部材の接合面が完全に分離している状態を示す。FEM 解析結果は実験結果とかなりよく一致している。軸方向荷重除荷後、ボルト軸力 F は 17.4kN まで減少した。残存軸力率は 76%である。実験と FEM 解析の詳細については、vol.2 以降に述べる。

安全なボルト締結体の設計を行うためには、上述した外力が作用したときのボルト締結体の挙動を精確に把握していることが重要である。以下に設計のポイントについて簡単に触れる。



(a) 中空円筒ボルト締結体の初期締付け状態 (b) 中空円筒ボルト締結体に外力 W が作用した状態

Fig.1 中空円筒ボルト締結体概

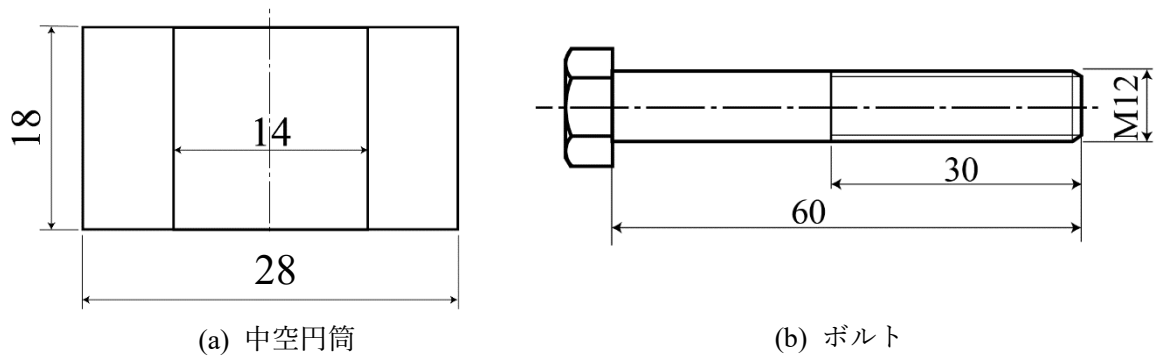


Fig.2 試験体寸法

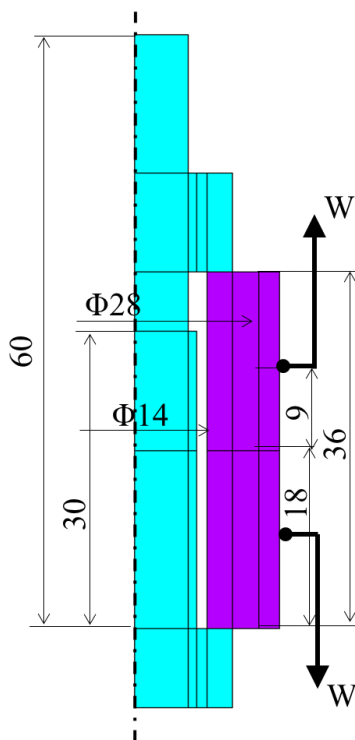


Fig.3 FEM 解析モデル
(b/a=2, Steel-Steel)

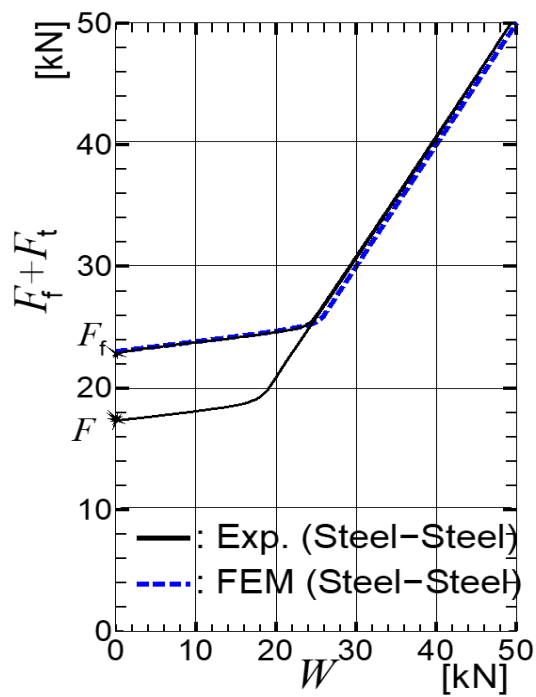


Fig.4 実験結果と FEM 解析結果の比較

1.2. 設計のポイント

ボルト締結体の安全な使用の為には、外力作用下において以下の条件を満たすことがボルト締結体を設計する上で必要となる。(2)

- I. ボルト・ナットに緩みが生じない。
- II. ボルトが静的破壊及び疲労破壊しない。
- III. ボルト締結体の機能維持に必要な接触応力が確保されている。
- IV. 座面の接触応力が被締結部材の限界面圧以下である。

ボルト・ナットの緩みを防止するため(条件I.)には、外力の作用によるボルト、ナット及び被締結部材間の接触部に滑りを発生させない必要があることから、ボルト軸力増加量 F_t と被締結部材の接合面から失われる力 F_c をより正確に推定することが重要となる。

ボルトを破損・破壊させないため(条件II.)にはボルト軸力増加量 F_t をより正確に推定することが重要となる。

ボルト締結体の機能は、被締結部材の接合面の接触状態が維持されること(条件III.)により保持されるため、被締結部材の接合面から失われる力 F_c をより正確に推定することが重要となる。

ボルト・ナットの座面の接触応力が被締結部材の限界面圧以上になると、座面の被締結部材接触面に塑性変形(へたり)が生じる。この被締結部材接触面の塑性変形によりボルト軸力は低下し、さらにはボルト・ナットに回転緩みが発生する可能性が生じる。その為、外力の作用によるボルト・ナット座面の接触応力の変化を把握するため(条件IV.)には、 F_t をより正確に推定することが重要となる。

以上のことから、ボルト締結体の安全性の向上のためにはその設計において、外力作用下におけるボルト軸力増加量 F_t と被締結部材接合面から失われる力 F_c をより正確に推定する必要がある。ボルト軸力増加量 F_t 、被締結部材接合面から失われる力 F_c 及び外力 W の関係は、力のつり合い式 $W = F_t + F_c$ の一つの式で表されるが、未知数が F_t と F_c の二つであり、このままでは式が解けない不静定問題となる。このため F_t と F_c を正確に推定するためには、内力係数 $\Phi (= F_t / W)$ の値を正確に得ることが必要となる。

1.3. ばね定数について

内力係数 Φ を求める上での問題は、不静定問題であり、座面での変位のつり合い条件が必要となる。この為、ばね定数が必要となる。以下においてばね定数の定義を行う。

Fig.5(a) は、長さ l 、ばね定数 K のばねの一端を壁に固定し引張り荷重 F を負荷することにより、ばねを λ だけ伸ばした状態を示す。引張り荷重 F 、ばね定数 K 及びばねの伸び量 λ の関係は、フックの法則より次式で表される。

$$F = K \cdot \lambda \cdot \cdot \cdot \cdot (1.3.1)$$

Fig.5(b) は、長さ l 、断面積 A 、縦弾性係数 E の丸棒に引張り荷重 F を負荷することにより、丸棒が λ 伸びた状態を示す。引張り荷重 F 、ばね定数 K 及びばねの伸び量 λ の関係は、応力 σ とひずみ ε の関係式(1.3.2) より変形すると次式(1.3.3)となる。

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1.3.2)$$

$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\lambda}{l} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1.3.3)$$

式(1.3.3) を変形すると、

$$F = \frac{AE}{l} \cdot \lambda \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1.3.4)$$

となり、式(1.3.1) と式(1.3.4) から、ばね定数 K は次式と定義される。

$$K = \frac{AE}{l} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1.3.5)$$

Fig.6 は、Fig.5(a)のばねと Fig.5(b)の丸棒の引張り荷重 F 及び伸び量 λ の関係をモデル化した図を示す。縦軸は荷重を、横軸に伸び量である変位をとる。式(1.3.1) に示したようにばね定数 K は、力と変位の関係が線形の範囲内において成り立つ。ばね定数 K の逆数 $1/K$ はコンプライアンス δ と呼ばれる。

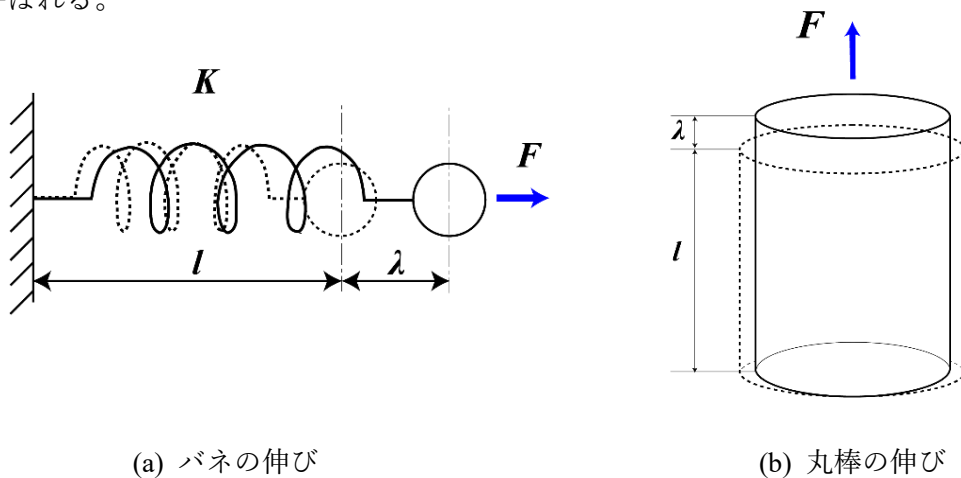


Fig.5 力と伸びについて

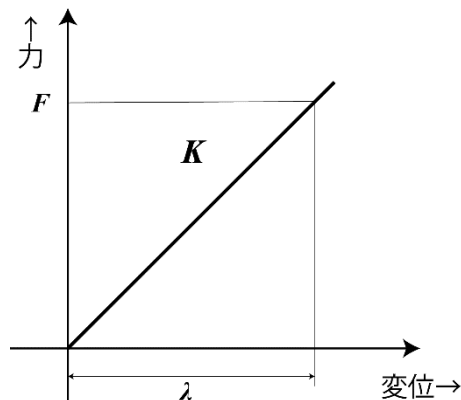


Fig.6 力と変位の関係

1.3.1. ボルト・ナット系の引張りばね定数 K_t

Fig.7 は段付き丸棒に引張り荷重 F が作用した場合を示す。部分Iの長さ l_g 、断面積 A_g 、部分IIの長さ l_b 、断面積 A_s 、材質は部分I とII とともに同材質とし縦弾性係数 E とする。部分I とII のばね定数をそれぞれ K_1 、 K_2 とすると、次式(1.3.6) となる。

$$K_1 = \frac{A_g \cdot E}{l_g} \quad K_2 = \frac{A_s \cdot E}{l_b} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1.3.6)$$

段付き丸棒全体のばね定数 K は、次式(1.3.7) となる。

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1.3.7)$$

ボルト・ナット系の引張りばね定数 K_t は、ボルトを段付き丸棒とみなして求める。Fig.8 は首下長さ l 、軸部長さ l_g 、ねじ部長さ l_b 、軸部断面積 A_g 、ねじ部の有効断面積 A_s のボルトに遊びねじ部長さ l_s の位置にナットが挿入されている状態を示す。ボルト頭部・ナット座面の負荷面積の外径を d_w とする。このボルト・ナットに引張り荷重 F が作用した場合のばね定数 K_t はボルト頭部とナットの変形を考慮し、沢・丸山⁽³⁾の提案した次式(1.3.8) となる。

$$\frac{1}{K_t} = \frac{1}{E_b} \left(\frac{0.6d}{A_N} + \frac{l_g}{A_g} + \frac{l_s}{A_s} + \frac{0.7d}{A_s} \right) \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1.3.8)$$

ここで A_N は呼び径 d を直径とする等価面積であり $A_N = A_g$ 、右辺第一項はボルト頭部の、右辺第四項ははめ合いねじ部のコンプライアンスをそれぞれ表す。

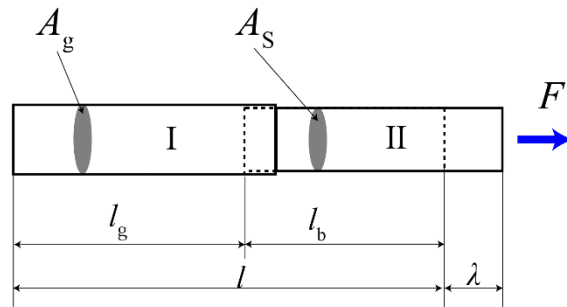


Fig.7 段付き丸棒

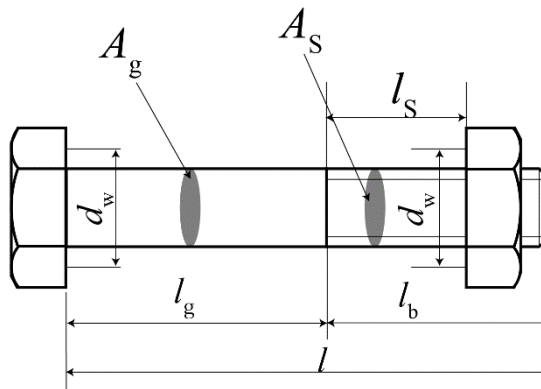


Fig.8 ボルト・ナットの相対位置と各部寸法記号

1.3.2. 被締結部材の圧縮ばね定数 K_c

次に被締結部材の圧縮ばね定数 K_c を求める方法について述べる。Fig.9 は中空円筒の寸法による中空円筒の定義を示す。中空円筒の外径 $2b$ が、ボルト頭部・ナット座面の座面面積の外径 d_w 以下の場合、その中空円筒は細中空円筒と定義される。中空円筒の外径 $2b$ がボルト頭部・ナット座面の座面面積の外径 d_w よりも大きく、 $3d_w$ 以下の場合は、太中空円筒と定義され、中空円筒の外径 $2b$ が $3d_w$ よりも大きい場合は、平板と定義される。⁽⁴⁾

① 細中空円筒の場合 ($2b \leq d_w$)

細中空円筒の圧縮ばね定数 K_c は、次式より求められる。

$$K_c = \frac{E}{2l} \cdot \frac{\pi}{4} \{ (2b)^2 - (2a)^2 \}$$

ここに中空円筒の内径を $2a$ 、2枚の中空円筒の高さを $2l$ 、細中空円筒の縦弾性係数を E とする。

② 太中空円筒の場合 ($d_w < 2b < d_w + l (= 3d_w)$)

太中空円筒の圧縮ばね定数 K_c のコンプライアンス $\delta^{(5)}$ は、次式より求められる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_c} &= \frac{4}{w\pi E \tan \varphi} \int_{d_w}^{d_w + w2l \tan \varphi} \left(\frac{d_x}{x^2 - 2a^2} \right) \\ &= \frac{2 \ln \left[\frac{(d_w - 2a)(d_w + w2l \tan \varphi - 2a)}{(d_w + 2a)(d_w + w2l \tan \varphi + 2a)} \right]}{wE\pi \cdot 2a \tan \varphi} \end{aligned}$$

w は締結係数と呼ばれ、通しボルトの場合 $w=1$ が用いられる。

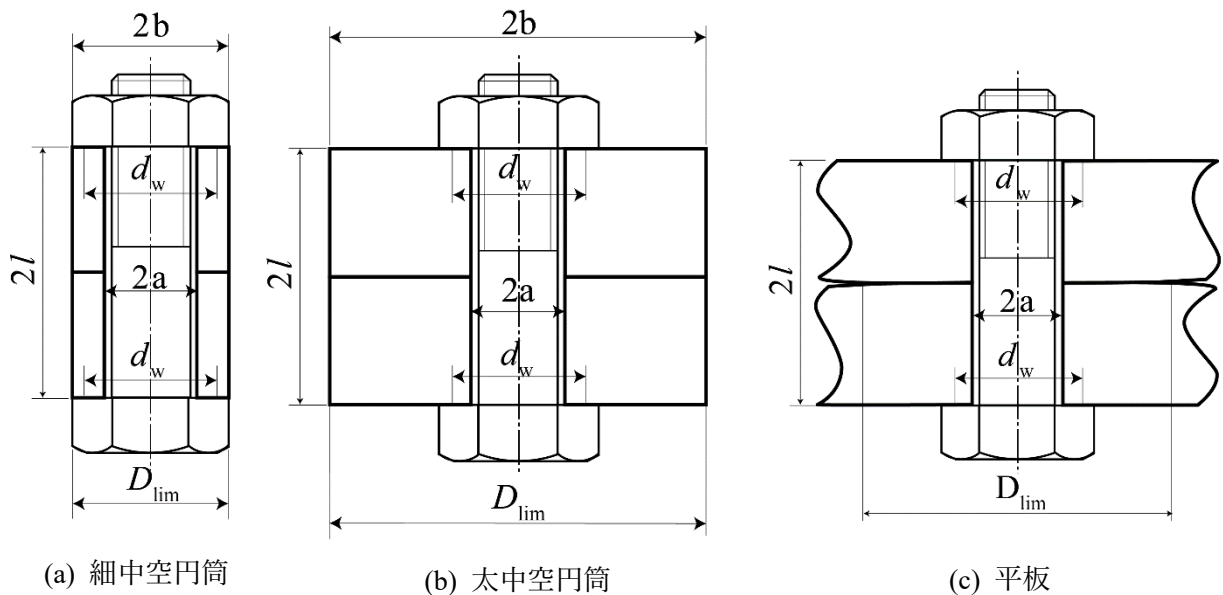


Fig.9 寸法による中空円筒の定義

1.4. 従来の内力係数 Φ を求める方法について Thum&Debus の式

内力係数 Φ の値を求める方法については、1930 年代後半に Thum と Debus により提示された式が Thum & Debus の式として一般的にもよく知られ、現在に至るまで広く用いられている。

以下において、一本のボルト・ナットにより 2 枚の中空円筒からなる被締結部材を初期ボルト軸力 F_f により締結し、この中空円筒ボルト締結体に軸方向外力 W が作用した場合における内力係数 Φ 、ボルト軸力増加量 F_t 及び軸方向外力 W の作用により接合面から失われる力 F_c について、Thum & Debus の式を用いて考える。

Fig.10(a) は、一本のボルト・ナットが初期ボルト軸力 F_f により締結された状態を示している。破線は被締結部材に挿入された状態を、実線は初期ボルト軸力の作用により変形した状態をそれぞれ示している。初期ボルト軸力はボルト頭部とナット座面の負荷面積に様に作用しているとし、ボルト頭部側とナット側の伸び量は、それぞれ λ_t と λ_t' とする。Fig.10(b) は、図式化したボルト・ナットの力と変形の関係を示す。横軸にボルト・ナット系の変位である軸方向変形を、縦軸に軸方向に作用する力をとる。初期ボルト軸力 F_f がボルト・ナットに作用すると、ボルトは $\lambda_t + \lambda_t'$ だけ伸びた状態となる。この直線の傾きはボルトの引張りばね定数 K_t となる(以下、直線 K_t とする)。

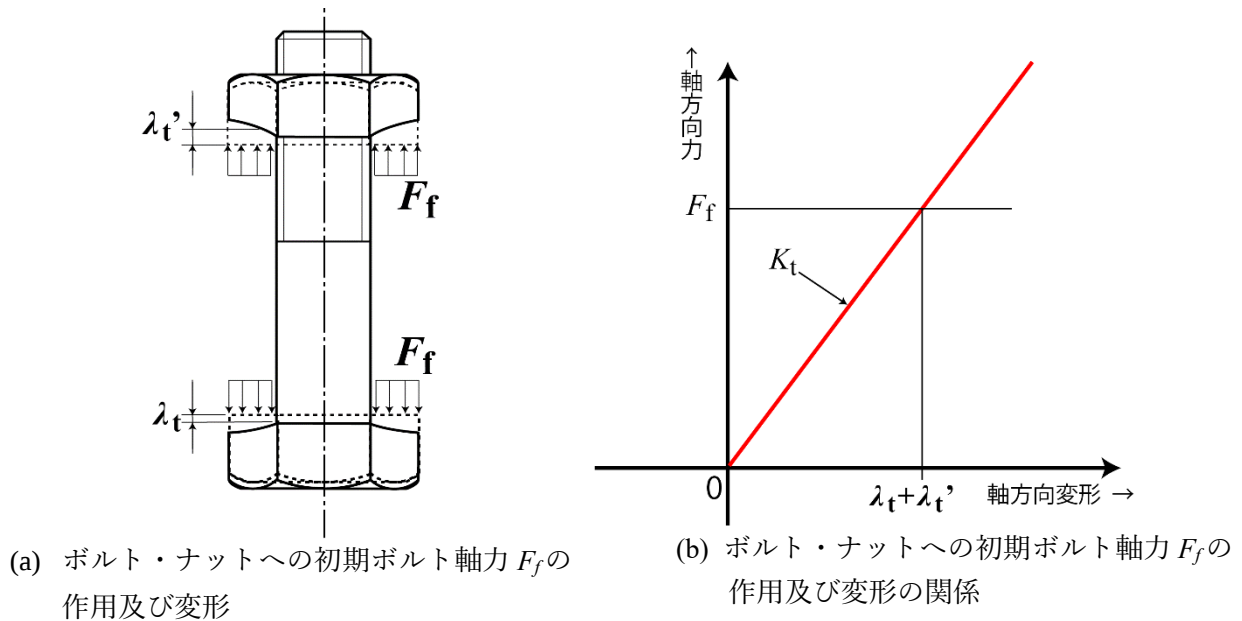
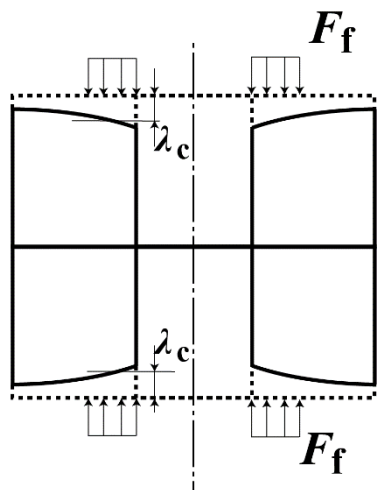


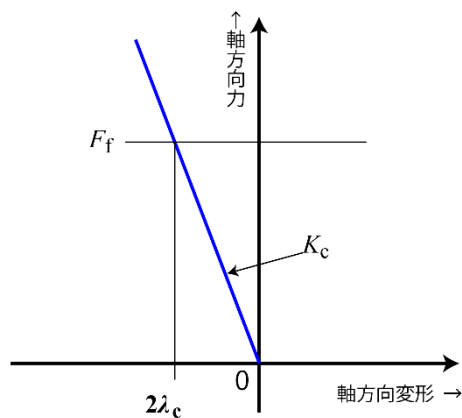
Fig.10 ボルト・ナットに初期ボルト軸力 F_f が負荷された状態

Fig.11 (a) は、2 枚の中空円筒からなる被締結部材に初期ボルト軸力 F_f が作用することにより、被締結部材が変形した状態を示す。初期ボルト軸力 F_f は、ボルト頭部側・ナット座面側の中空円筒の負荷面積に様に作用するとし、実線が変形後の状態を、破線が変形前の状態をそれぞれ示す。初期ボルト軸力 F_f の作用による中空円筒の座面の平均変位は、ボルト側・ナット側それぞれ λ_c とする。

Fig.11(b) は、図式化した被締結部材である 2 枚の中空円筒の力と変形の関係を示し、中空円筒の座面が縮み量 $2\lambda_c$ 変位したときに中空円筒ボルト締結体の 2 枚の中空円筒には締付け力である軸方向の力が F_f 作用している状態を示す。この直線の傾きは、被締結部材の圧縮ばね定数 K_c である(以下、直線 K_c とする)。



(a) 中空円筒への初期ボルト軸力 F_f の作用及び変形



(b) 中空円筒への初期ボルト軸力 F_f の作用及び変形の関係

Fig.11 中空円筒が初期軸力 F_f により締結された状態

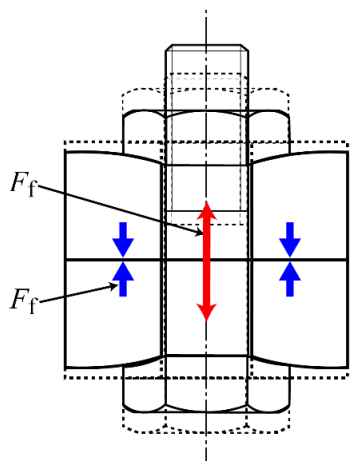
Fig.12(a) は、Fig.10(a) のボルトと Fig.11(a) の 2 枚の中空円筒を合わせた状態、2 枚の中空円筒が一本のボルト・ナットにより初期ボルト軸力 F_f により締結されている状態を示す。実線がボルト、ナット及び中空円筒の締結後の変形を、破線が変形前の状態を示す。Fig.12(b) は、直線 K_c を第二象限から第一象限に点 A を通るよう平行移動させることにより、交点 A においてこの中空円筒ボルト締結体の力のつり合いが取れている状態を示す。この線図を締付け線図という。

Thum と Debus は外力作用下のボルト及びナット座面の変位が等しい条件から、ボルトばね定数 K_t と被締結部材の圧縮ばね定数 K_c を用い式(1.4.1)を示し、 F_t と F_c を求めた。なお $F_c = W - F_t$ を用いる。

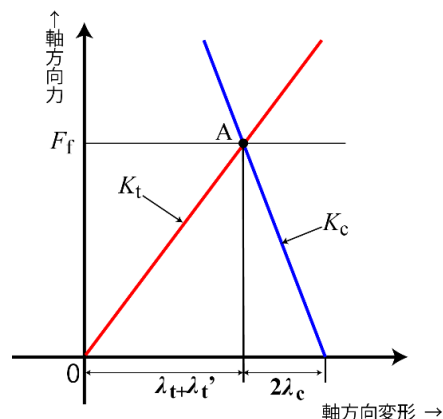
$$\frac{F_t}{K_t} = \frac{F_c}{K_c} = \frac{W}{K_c} - \frac{F_t}{K_c} \quad \dots \quad (1.4.1)$$

式(1.4.1) から内力係数 ϕ は式(1.4.2) により求められる。

$$\phi = \frac{F_t}{W} = \frac{K_t}{K_t + K_c} \quad \dots \quad (1.4.2)$$



(a) 中空円筒締結体への初期ボルト軸力 F_f の作用及び変形



(b) 中空円筒締結体への初期ボルト軸力 F_f の作用及び変形

Fig.12 中空円筒がボルト・ナットにより初期軸力 F_f で締結された状態

なお、 F_c は、次式(1.4.2') より求められる。

$$F_c = W - F_t = (1 - \Phi)W \quad \cdot \cdot \cdot \cdot (1.4.2')$$

Fig.13(a) は、中空円筒ボルト締結体に軸方向外力 W が作用することによりボルト軸力は F_t だけ増加し、接合面からは締付け力が F_c だけ失われ、さらにボルトと中空円筒は軸方向外力 W により 2λ 伸びる状態を示す。Fig.13(b) は、中空円筒ボルト締結体が締付け状態から軸方向外力 W の作用による変化を示している。軸方向外力 W が作用するとボルト軸力は直線 K_t 上を軸方向変形(x 軸上)に 2λ 移動した点 B をとり、中空円筒に作用していた締付け力 F_f は直線 K_c 上を同じく軸方向変形(x 軸上)に 2λ 移動した点 C をとる。交点 A と座標軸と平行な線と線分 BC との交点を A' とすると、線分 BA' が外力 W によるボルト軸力増加量 F_t に、線分 A'C が接合面から失われる力 F_c にそれぞれ相当し、 F_t と F_c の和が外力 W となる。

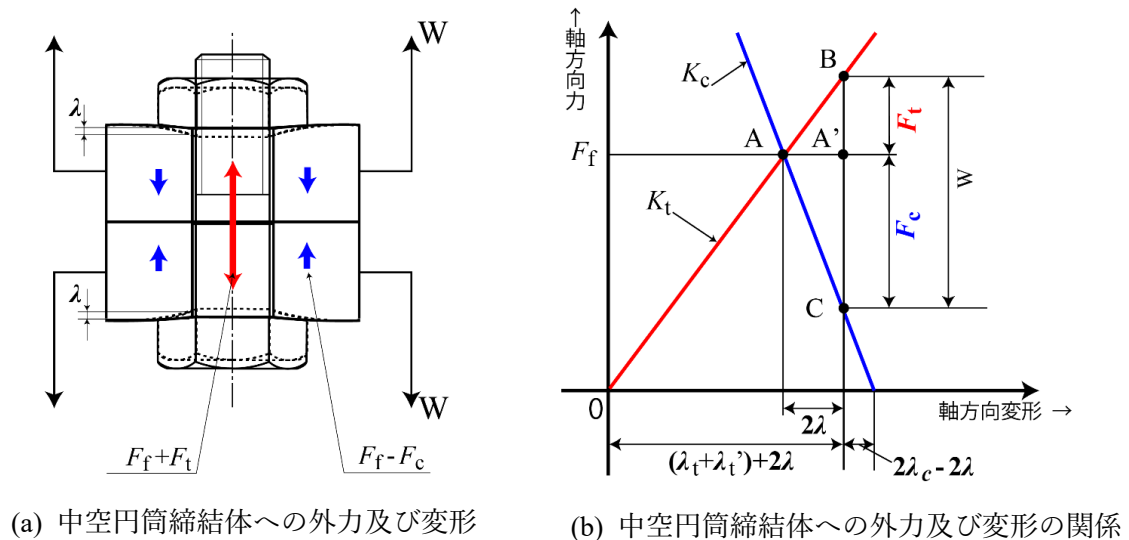


Fig.13 中空円筒ボルト締結体に外力 W が負荷された状態

引用文献

- (1) 吉本勇, 丸山一男, 沢俊行, 西口信幸 “ねじ締結体の内力係数(被締結体が中空円筒の場合)” 日本機械学会論文集(C 編), 42 巻 359 号, pp2174-2181 (1976.7)
- (2) S. SAWA, M. ISHIMURA, Y. SEKIGUCHI and T. SAWA, “FEM Stress Analysis and the Load Factor of Bolted Joints Consisted of Dissimilar Hollow Cylinders under Tensile Loads”, IMECE2017-70503. Proceedings of the ASME 2017 International Mechanical Engineering Congress & Exposition, IMECE2017, November 3-9, 2017, Tampa, Florida, USA.
<https://asmedigitalcollection.asme.org/search-results?page=1&q=imece2017-70503>
- (3) 沢俊行, 丸山一男 “ねじ結合におけるボルト頭部およびナットの変形について” 日本機械学会論文集(第 3 部), 41 巻 346 号(1975.5)
- (4) 山本晃: ねじ締結の原理と設計, 養賢堂, p.43
- (5) 文献(4)に同じ, p.49