



# 組合せ応力下の疲労

## 目次

1. 組合せ応力とは	1
2. 組合せ応力下の疲労寿命	2
3. 相当応力による疲労寿命予測	4

疲労強度に関連する以下の技術ナビお役立ち資料、コンテンツもあわせてご覧ください。

- [ねじ締結体のトラブル 原因と対策 ー疲労破壊編ー](#)
- [低サイクル疲労の基礎知識](#)
- [非鉄金属材料の疲労](#)
- [プラスチックおよびセラミックスの疲労](#)
- [変動応力の評価（金属疲労）](#)
- [ねじ締結体の疲労強度（軸直角方向外力の場合）](#)
- [応力評価の方法（金属疲労）](#)
- [S-N曲線の測定（金属疲労）](#)
- [疲労試験の仕方（金属疲労）](#)
- [表面効果の影響（金属疲労）](#)
- [切欠き効果の影響（金属疲労）](#)
- [平均応力の影響（金属疲労）](#)
- [ねじ締結体の疲労強度（金属の損傷）](#)
- [実機材の疲労強度（金属の損傷）](#)
- [疲労破壊（金属の損傷）](#)



ハードロック工業株式会社

# 1. 組合せ応力とは

実機の機械構造物が機械的負荷あるいは熱的負荷等の負荷荷重を受ける際に、この負荷荷重が複雑にかかって応力状態が単純な一軸状態にならない場合があります。すなわち、垂直応力、曲げ応力あるいはせん断応力などが二種類以上組み合わせたいわゆる多軸応力の負荷状態になっている場合があります。この多軸応力下の疲労強度を評価し寿命予測するには機械構造物の応力状態についてその多軸性を精度よく把握・考慮して疲労強度設計する必要があります。

組合せ応力下の疲労について実施例は少ないですが過去から疲労試験が行われており、複数の組合せ応力のための疲労試験機を多軸疲労試験機と呼びます。図 1 に、二軸の疲労試験で行われる組合せ応力の負荷様式について代表例を示します。図 1 (a) は引張(圧縮)－ねじり応力の組合せ例、図 1 (b) は曲げ－ねじり応力の組合せ例、図 1 (c) は引張(圧縮)－引張(圧縮) 応力の組合せ例です。試験片形状として図 1 (a) , (b) では中空円柱棒、図 1 (c) では十字型をした板材(十字型試験片)が用いられます。図 1 (a) の試験片として、応力評価のしやすさ、あるいは組合せ応力の位相の変化のしやすさの点から薄肉の中空円筒形の試験片が用いられることもあります。中空円筒形の試験片では繰返し応力の一つとして内圧と外圧を繰り返し負荷する場合があります。図 1 (c) の十字型試験片では、切欠き部分などの詳細な形状が変形挙動あるいは疲労寿命の解明といった試験目的に応じて決定されます。

このように組合せ応力による二軸あるいは多軸疲労試験が行われていますが、実機の状態をいかに模擬するかの問題も含めて試験自体も困難を伴うことが多いため、過去から実施例がかなり少ないのが現状であります。

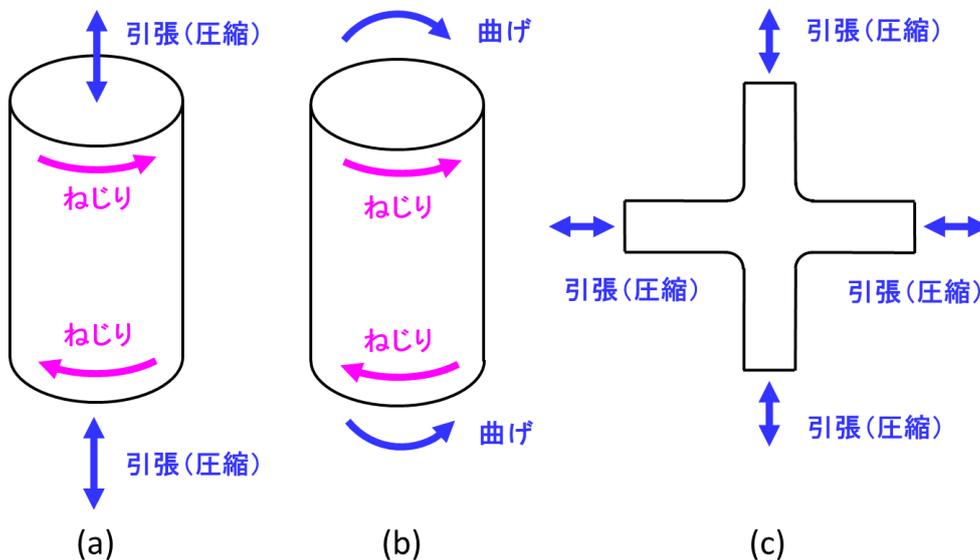


図 1 組合せ応力の負荷様式の代表例

多軸の応力が時間とともに負荷される訳ですが、ここで応力やひずみの主軸方向が時間に対して変化しない場合を比例多軸負荷と呼んでおり、一方、応力やひずみの主軸方向が時間に対して変化する場合は非比例多軸負荷と呼んでいます。機械構造物に複数の応力が同時にかかる実機のケースでは非比例多軸負荷になることが多いといわれています。図 2 に比例多軸負荷と非比例多軸負荷について時間に対する応力変化を模式的に示します。図 2 では代表的に組合せ応力を引張圧縮とせん断とし、応力

比を-1としています。一般的に3次元の構造物では主軸方向が変化すると応力状態をわかりやすく表示するのが困難ですので、図2では便宜的に応力・ひずみ状態を2次元で考えて比例および非比例多軸負荷の応力変化を表しました。図2(a)の比例多軸負荷では引張圧縮の応力変化とせん断の応力変化に位相差がありませんが、図2(b)の非比例多軸負荷では引張圧縮とせん断の各応力変化に位相差があります。せん断応力に対する引張圧縮応力の比率が比例多軸負荷では一定(ゼロの点は除外)で主軸方向も変化しませんが、非比例多軸負荷では時間とともに比率の値が変化して主軸方向も変化していきます。この位相差についても疲労強度・疲労寿命に影響を及ぼしますので、組合せ応力下の多軸疲労設計では各負荷応力の位相差も考慮する必要があります。

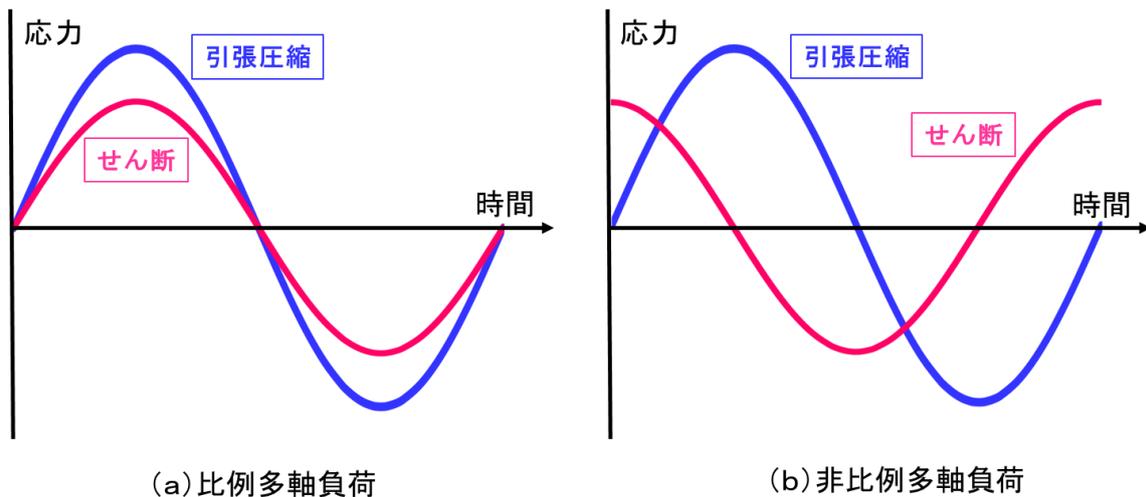


図2 組合せ応力負荷における比例多軸負荷と非比例多軸負荷の2次元イメージ

## 2. 組合せ応力下の疲労寿命

先に述べましたように、組合せ応力下の疲労試験の実施例が極めて少ないことから、疲労強度に及ぼす多軸負荷の影響が明確にはなっておらず、疲労寿命評価方法が確立されている訳ではありません。通常の一軸の疲労試験結果を用いて組合せ応力下の疲労限度を推定する方法が検討されることも多いです。

まず、多軸負荷の疲労寿命の検討において、実機の機械部品本体をそのまま用いて負荷荷重の種類と方向を実際と合わせて多軸疲労試験できるケースもあります。この場合には、試験結果をS-N曲線表示とはせずに、かかる荷重の大きさと疲労寿命の関係図を求めることで疲労設計が可能になります。一方、実機部品から試験片を切り出して負荷荷重を模擬して多軸疲労試験を行う場合は、応力の実測や応力解析などによって負荷応力を算出してS-N曲線を作成することになります。組合せ応力下の疲労試験において求められるS-N曲線の表示イメージを図3に示します。図中の各S-N曲線の位置関係はイメージ図であって実際は色々なパターンになるものと思われます。ここで応力振幅はひずみゲージなどの応力測定方法を使った実測値、あるいはミーゼス相当応力などの解析値を使って求めたりします。図中には単軸の場合の平均応力を考慮したS-N曲線も併せて試験・図示し、二軸側のパラメータ条件を振って各S-N曲線を表示します。二次側のパラメータ条件としては応力の種類と大きさ、平均応力、変位の拘束など実機にかかる負荷状態を模擬した条件になります。疲労寿命の評価では、実験で得られたS-N曲線を基に、疲労破壊が起こる当該箇所について例えばミーゼス相当応力などを算出して行う

こととなります。なお、図 3 では高サイクル疲労を念頭においていますが、低サイクル疲労を検討する場合はひずみ範囲を基にして検討することとなります。

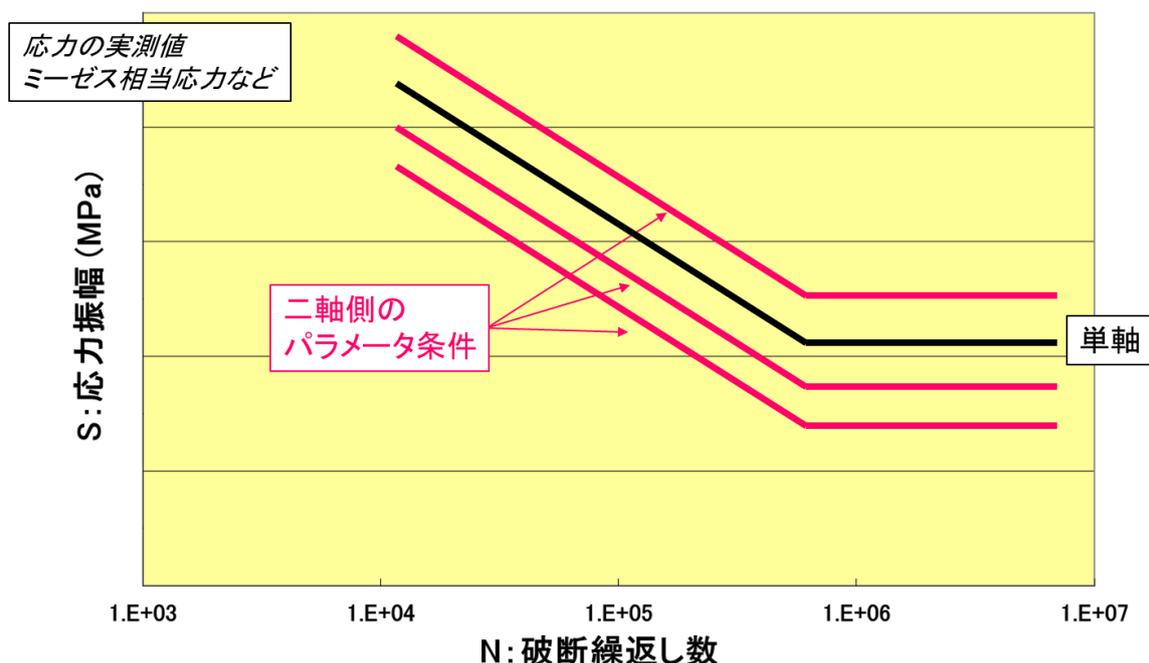


図 3 組合せ応力下の疲労試験における S-N 曲線の表示イメージ

二軸の組合せ応力下の疲労として、引張（圧縮）－ねじり、曲げ－ねじり、引張（圧縮）－引張（圧縮）が主要なものです。過去の研究から、曲げ－ねじりの組合せ応力下の高サイクル疲労において、各応力が位相差なしで作用する場合の両振り疲労限度について実用的な実験式が提唱されています。ここで曲げ応力、ねじり応力が単独で作用する場合の疲労限度を $\sigma_w$ および $\tau_w$ とし、組合せ応力である $(\sigma_a, \tau_a)$ が疲労限度となる条件は、

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_w}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_w}\right)^2 = 1$$

で表され、Gough の 1/4 楕円説と呼ばれています。

図 4 は、曲げ－ねじり組合せ応力下の疲労限度を示したものです。横軸は $(\sigma_a/\sigma_w)$ すなわち組合せ曲げ応力を単独作用時の曲げ疲労限度で割った値とし、縦軸は $(\tau_a/\tau_w)$ すなわち組合せねじり応力を単独作用時のねじり疲労限度で割った値とすることで各軸ともそれぞれ無次元化しています。図中の実線が 1/4 楕円説によるもの（1/4 楕円線）で上記の式で表すことができます。延性平滑材では実験的におおむねこの 1/4 楕円線付近に分布することが知られています。また、延性切欠き材あるいは脆性材では実験的に 1/4 楕円線のやや内側に位置することが知られています。当然のことながら切欠き材では曲げ疲労限度およびねじり疲労限度ともに切欠き係数分だけ疲労限度が小さくなっています。なお、図 4 において曲げ応力とねじり応力に位相差がある場合は、高サイクル疲労では一般的に 1/4 楕円線よりも右上に位置して組合せ応力下の疲労寿命が延びるといわれています。したがって、疲労強度設計では位相差があっても位相差がないものとして予測するのが安全側の設計となるようです。

図 4 の 1/4 楕円説を曲げ－ねじり組合せ応力の場合として説明しましたが、引張（圧縮）－ねじり

組合せ応力下の場合も同様に 1/4 楕円説が有効であります。

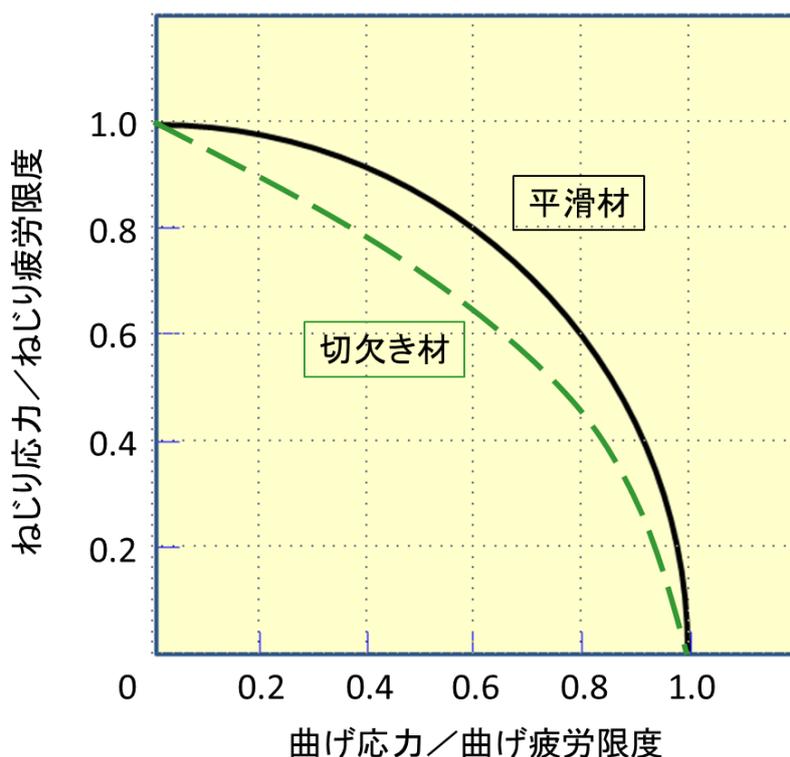


図4 曲げ-ねじり組合せ応力下の疲労限度

### 3. 相当応力による疲労寿命予測

一般的に組合せ応力下の疲労について、疲労強度実験に基づいた寿命予測の手法が確立されていません。このため従来から機械構造物の組合せ多軸負荷を考慮する疲労強度設計では、ミーゼスやトレスカといった相当応力・ひずみを用いて負荷状態を単軸下に置き換えて行われたりしています。すなわち、多軸負荷の疲労寿命は単軸疲労試験データを基に相当応力や相当ひずみを用いて評価されています。実際の疲労強度設計において、この手法による寿命評価でも安全率を適切に設定することなどによってトラブル事例は少ないと考えられています。

破壊の仮説として主要なものとして、最大主応力説、最大せん断応力（トレスカ応力）説、せん断ひずみエネルギー（ミーゼス応力）説があげられます。これらの破壊に対する仮説は従来から静的な破壊現象について考えられたものですが、動的破壊である組合せ応力下の多軸疲労破壊現象に対しても拡張して考察・評価されるようになってきています。ミーゼス応力は物体内のある点の応力状態について垂直応力とせん断応力から計算される量で主応力のみで表記することもできます。せん断ひずみエネルギーに比例する相当応力になりますが、式自体は幅広く知られていますのでここでは省略します。主応力とは物体に力が作用するときせん断力がゼロになる面が必ず存在し、その時の垂直応力を主応力といいます。主応力は値の大きい方から順に、最大主応力、中間主応力、最小主応力と定義されます。トレスカ応力は各主応力差の絶対値の最大値で定義されます。

金属材料の疲労破壊現象では材料的に延性材料か脆性材料か、また平滑材か切欠き材かで疲労破壊の様相が異なります。表 1 はこれらの破壊条件と材料的な疲労破壊への適用例を表したものです。最

最大主応力説は延性切欠き材と脆性材、最大せん断応力説とせん断ひずみエネルギー説は延性平滑材への適用がおおむね良好といわれています。

特に、せん断ひずみエネルギー説に基づく相当（等価）応力を求めて一軸の S-N 曲線に適用して寿命評価する方法が一般的なようです。また、低サイクル疲労でもひずみと疲労寿命の関係についてせん断ひずみエネルギー説に基づく相当塑性ひずみ振幅で整理して寿命評価する手法が比較的有効であるといわれています。

なお、非比例多軸応力下の低サイクル疲労では相当応力あるいは相当ひずみで求めた単軸の疲労寿命よりも位相のずれが大きくなるにつれて実際の疲労寿命がかなり低下することが知られていますので注意が必要です。

表 1 破壊条件と疲労破壊への適用例

破壊の仮説	破壊条件	疲労破壊への適用例
最大主応力説	最大主応力が材料強度に達した時に破壊	延性切欠き材、脆性材
最大せん断応力説	最大せん断応力が材料強度に達した時に破壊(トレスカ説)	延性平滑材
せん断ひずみエネルギー説	せん断ひずみエネルギーが材料強度に達した時に破壊(ミーゼス説)	延性平滑材

組合せ応力下の疲労については寿命評価方法が確立している訳ではありませんが、現状の実際的な寿命評価方法を簡単にまとめてみますと、

- ① ミーゼス相当応力を CAE 解析によって算出し、単軸 S-N 曲線で寿命評価します。この場合、応力振幅値が多数存在する場合は累積損傷則で評価します。
- ② 引張（圧縮）－ねじり組合せ、あるいは曲げ－ねじり組合せ下の高サイクルの疲労限度はおおむね 1/4 楕円線付近に分布します。安全率を適切に設定することで寿命設計が可能になります。
- ③ 小型部品では実機を試験体にした多軸疲労試験も可能な場合があります。この場合には、負荷荷重条件が一致する試験を行うことで寿命が求められます。
- ④ 大型の高温機器などでは特に低サイクル疲労が問題になります。組合せ応力下の多軸疲労ではミーゼス相当応力・ひずみで求めた疲労寿命よりもかなり短くなることがありますので、実機条件に合わせた多軸疲労試験データを積み重ねて独自の評価手法を構築する必要があると考えられます。